Departamento de Matemáticas
Colegio Sagrado Corazón de Jesús
Pontevedra

1. Calcula los siguientes límites

$a)\ \lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^3-2n+6}{4n^2+n+1}\right)$ $b)\ \lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{3n^2+1}{n-1}-\dfrac{3n^2-9n+5}{n+1}\right)$ $c)\ \lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^3}{n+1}-\dfrac{7}{n^2+1}\right)$

$d)\ \lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{3n^2+n-2}{3n^2+n-5}\right)$ $e)\ \lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{3n^2+1}{6n^2+1}\right)$ $f)\ \lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{5n^2-n-5}{n^3+4n^2+1}\right)$

$g)\ \lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^2-3}{n+1}-\dfrac{6n^2-9}{2n-3}\right)$ $h)\ \lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{\sqrt{n^4+5}}{\sqrt[3]{5n^6+4n-1}}\right)$ $i)\ \lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{4n^2+5n}{\sqrt[3]{n^4+3n-7}}\right)$

$j)\ \lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+2}-3n\right)$ $k)\ \lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{3n^2+1}-\sqrt{3n^2-1}\right)$ $l)\ \lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{9n^2+6n+1}-\sqrt{9n^2+n-3}\right)$

Soluciones:

a) ∞ b) 15 c) ∞ d) 1 e) 1/2 f) 0 g) -∞ h) $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$ (índices simplificados) i) ∞ j) -∞ k) 0 l) 5/6

Resumen

Operaciones con $\pm\infty$

$\infty+\infty=\infty$ $\infty\cdot\infty=\infty$ $\dfrac{a}{\infty}=0$ $\dfrac{\pm a}{0}=\pm\infty$ (siendo "a" cualquier número)

$a^{\infty}=\begin{cases}\infty\ si\ a>1\\ 0\ si\ a<1\end{cases}$ $a^{-\infty}=\begin{cases}0\ si\ a>1\\ \infty\ si\ a<1\end{cases}$

Indeterminaciones:

$\dfrac{\infty}{\infty}\to$ Se comprueba el grado máximo del numerador y del denominador $\begin{cases}\text{graNum} > \text{graDen} \to \pm\infty\\ \text{graNum} = \text{graDen} \to \dfrac{\text{coef.Num}}{\text{coef.Den}}\\ \text{graNum} < \text{graDen} \to 0\end{cases}$

Nota: La existencia de raíces condiciona los grados, los exponentes se ven afectados por los índices de las raíces.

∞ - ∞ ⟶ Debemos transformarla en una indeterminación del tipo $\dfrac{\infty}{\infty}$. Tenemos dos casos:

a) Si no hay radicales: realizar la operación indicada y simplificar todo lo posible.
b) Si hay radicales: Utilizar el conjugado.

Indeterminación tipo: 1^{∞}

Este tipo de indeterminaciones se resuelve mediante el número e (e = 2,71828….)

Por definición $\lim_{n \to \infty} \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n} = e$

Hay que transformar el límite dado (**después de comprobar que es del tipo 1^{∞}**) a la expresión:

$$\left[\lim_{n \to \infty} \left(1+\frac{1}{a_n}\right)^{a_n}\right]^{Bn} = e^{B_n}$$

y calcular el límite del exponente Bn

Calcula los siguientes límites.

a) $\lim_{n \to \infty} \left(\frac{n^3-2n+6}{4n^2+n+1}\right)$ b) $\lim_{n \to \infty} \left(\frac{3n^2+1}{n-1}-\frac{3n^2-9n+5}{n+1}\right)$ c) $\lim_{n \to \infty} \left(\frac{n^2-3}{n+1}-\frac{6n^2-9}{2n-3}\right)$

d) $\lim_{n \to \infty} \left(1+\frac{7}{n^2+1}\right)^{\frac{4n+3}{7}}$ e) $\lim_{n \to \infty} \left(\frac{3n^2+n-2}{3n^2+n-5}\right)^{\frac{4n^2}{n+6}}$ f) $\lim_{n \to \infty} \left(\frac{3n^2+1}{6n^2+1}\right)^{\frac{-n^2+3}{n+2}}$ g) $\lim_{n \to \infty} \left(\frac{5n^2+1}{7n^2+1}\right)^{\frac{n^2+3}{8n+3}}$

h) $\lim_{n \to \infty} \left(1-\frac{2}{4n-5}\right)^{3n^2}$ i) $\lim_{n \to \infty} \left(\frac{5n-5}{5n+4}\right)^{7n+3}$ j) $\lim_{n \to \infty} \left(1+\frac{2}{2n-1}\right)^{-n^2}$ k) $\lim_{n \to \infty} \left(\frac{3n+4}{3n-6}\right)^{\frac{5n^3-1}{3n+7}}$